

대학수학(40문항)

1. 두 개의 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 사이에 관계 $a_1 = 1, b_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 2b_n, b_{n+1} = 2a_n + b_n$ 이 성립할 때, a_n, b_n 을 각각 구하여라.
2. 등식 $\frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta} = 2 \sec^2 \theta$ 이 성립함을 보여라.
3. 방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 을 풀어라. (단, $0 \leq x \leq 2\pi$)
4. 함수 $y = \sqrt{2} \cos x - \sqrt{2} \sin x$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x^2-4}$ 의 값을 구하여라.
6. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - g(x)\} = 1$ 을 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + g(x)}{f(x) - g(x)}$ 의 값을 구하여라.
7. 극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$ 을 구하여라.
8. $f(x) = \log_3 x + 1$ 에서 $f(c) = 2$ 인 c 가 개구간 $(1, 9)$ 에 반드시 존재함을 보여라.
9. $x^3 + x^2 - 2x - 3 = 0$ 은 1과 2 사이에 적어도 하나의 실근을 가짐을 보여라.
10. 방정식 $(x^2 - 1) \cos x + 2 \sin x = 0$ 은 구간 $(0, 1)$ 에서 실근을 가짐을 보여라.
11. $f'(a) = b$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(f\left(\frac{c}{n} + a\right) - f(a) \right)$ 를 구하여라.
12. $f(x) = x^2 + px + q$ 의 구간 $[a, b]$ 에서의 평균변화율과 $x = c$ 에서의 순간변화율이 같을 때, c 를 a 와 b 로 나타내어라.
13. $y = x^3 - ax + 2$ 가 직선 $y = 2x$ 에 접할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
14. 구간 $[-8, 2]$ 에서 함수 $y = x^{\frac{2}{3}}(5 - 2x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.
15. 곡선 $x^3 - xy^2 = 10$ 위의 점 $(-2, 3)$ 에서의 접선의 기울기를 구하여라.
16. 곡선 $x^2 + 2ye^x + y^3 = 3$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서 이 곡선에 접하는 접선의 방정식을 구하여라.

17. $x^2 - xy + y^2 = 1$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하여라.
18. 함수 $y = x^{\sin x}$ 의 도함수를 구하여라. (단, $x > 0$)
19. 함수 $f(x) = \int_{1-3x}^1 \frac{t^3}{1+t^2} dt$ 의 도함수를 구하여라.
20. 함수 $f(x) = \int_{\cos x}^{5x} \cos(u^2) du$ 의 도함수를 구하여라.
21. 적분 $\int \sin x \cos^2 x dx$ 를 구하여라.
22. 적분 $\int_0^1 x e^{x^2} dx$ 를 구하여라.
23. 적분 $\int_1^2 \frac{u^2 + 4}{u^3} du$ 를 구하여라.
24. 함수 $y = x^{\ln x}$ 를 미분하여라.
25. 적분 $\int \frac{1}{1+16x^2} dx$ 를 구하여라.
26. 적분 $\int_1^e x \ln x dx$ 를 구하여라.
27. 적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \sin x dx$ 를 구하여라.
28. 적분 $\int \frac{x^2 - 10}{2x^4 + 9x^2 + 4} dx$ 를 구하여라.
29. 곡선 $y^2 = x, y = 1, x = 0$ 에 둘러싸인 영역을 x 축으로 회전하여 얻은 회전체의 부피를 구하여라.
30. 방정식 $z^3 = 2 + 2i$ 의 근을 구하여라.
31. 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n}$ 의 수렴여부를 판정하여라.
32. 함수 $\cosh x$ 의 Maclaurin 급수와 그 급수의 수렴구간을 구하여라.
33. 벡터 $U = (1, 2), V = (x, 1)$ 에 대하여 $U + 2V$ 와 $2U - V$ 가 평행일 때와 수직일 때의 x 의 값을 구하여라.

34. 점 $A(4, 3, 5)$ 를 지나고 두 평면 $x + 4y + z + 3 = 0, 4x + y - 2z - 3 = 0$ 에 수직인 평면의 방정식을 구하여라.
35. 극한 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ 은 존재하지 않음을 보여라.
36. 함수들이 $z = \frac{4}{xy} - \frac{x}{y}, x = u^2, y = uv$ 로 주어졌을 때, $\frac{\partial z}{\partial u} \times \frac{\partial z}{\partial v}$ 를 구하여라.
37. 곡면 $9x^2 - 4y^2 - 25z^2 = 40$ 의 점 $(4, 1, -2)$ 에서의 접평면의 방정식을 구하여라.
38. 집합 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$ 상에서 함수 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.
39. 적분 $\int_0^1 \int_0^1 2y^3 x e^{x^2} dx dy$ 를 구하여라.
40. 적분 $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^2 3xz dz dx dy$ 를 구하여라.