집합론 졸업시험 예상문제

#1 다음 정의를 써라.

(1) 집합 A에서 집합 B로의 <u>관계</u>

(2) 관계 R과 관계 S의 <u>합성</u> $(S \circ R)$

#2 다음을 (그림이 아닌 문자로) 증명하여라.

(1) $A \subset B \Rightarrow B^c \subset A^c$ (2) $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$ (3) $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$

#3 $A = \{1,2,3,4,5\}$, $R = \{(2,1),(2,4),(4,2),(4,4),(5,2)\}$ 일 때 다음을 구하여라.

(1) $\mathrm{dom}\, R$ (2) $\mathrm{ran} R$ (3) R^{-1} (4) $\mathrm{dom} R^{-1}$ (5) $R \circ R$

#4 $A_n = \{x \mid 0 < x < 1/n\}, \forall n \in \mathrm{N}$ 일 때 다음을 구하여라.

(1) $A_3 \cup A_5$ (2) $A_6 \cap A_{10}$ (3) $\bigcup_{n \in \mathrm{N}} A_n$ (4) $\bigcap_{n \in \mathrm{N}} A_n$

#5 정수집합 Z에서 관계 $R = \{(x,y) \mid x - y$는 3의 배수 $\}$은 동치관계임을 보여라.

#6 관계 $R = \{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b),(c,c),(c,d),(d,c),(d,d),(e,e)\}$ 가

(1) 동치관계임을 보이고

(2) 대응하는 분할을 구하여라.

(3) a의 동치류 $\bar{a}$ 를 구하여라.

#7 $A = \{1,2,3\}$, $P = \{\{1\},\{2,3\}\}$ 일 때

(1) P는 A의 분할임을 보여라.

(2) 분할 P에 의해 만들어지는 동치관계 R을 구하여라.

(3) 위 동치관계 R에 대하여 동치류 $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$을 각각 구하여라.

#8 $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2\}$ 일 때 B^A 를 구하여라.

#9 $f : A \to B$ 이고 A_1, A_2 가 A의 부분집합일 때 $f(A_1 \cap A_2) \neq f(A_1) \cap f(A_2)$인 함수 f의 예를 들어라.

#10 $f : A \to B$ 이고 $C \subset A$ 일 때 $f^{-1}[f(C)] \neq C$인 함수 f의 예를 들어라.

#11 (1) 단사함수이지만 전사함수가 아닌 함수의 예를 하나 들어라.

(2) 전사함수이지만 단사함수가 아닌 함수의 예를 하나 들어라.

#12 집합 $\{1 - 1/n \mid n \in \mathrm{N}\}$ 의 상한과 하한을 구하여라.

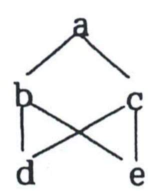
#13 $A = \{a,b,c,d,e\}$, $B = \{a,b,c\}$ 이고 A의 순서구조가 다음과 같은 선그림표로 표현이 된다고 할 때 다음을 구하여라.

(1) B의 모든 상계 와 하계를 구하여라.

(2) $\sup B$와 $\inf B$를 구하여라.

(3) A의 극대, 극소원소를 구하여라.

(4) B의 극대, 극소원소를 구하여라.



#14 (1) 정렬집합의 예를 들고 정렬집합인 이유를 설명하라.

(2) 정렬집합이 아닌 예를 들고 정렬집합이 아닌 이유를 설명하라.

#15 다음 집합들의 후자집합을 각각 구하여라.

(1) 집합 $A = \{a,b,c\}$ (2) 자연수 집합 N

#16 (1) 귀납적집합의 정의를 써라.

(2) 어떤 귀납적 집합 A가 자연수가 아닌 원소 a를 포함할 때 A의 원소 중에서 a 아닌 원소 2개를 구하여라.

#17 집합 $\mathrm{N} \times \mathrm{N}$ 은 가부번 집합임을 보여라.

#18 실수 구간 $(0,1)$은 가부번이 아님을 보여라.

#19 $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$ 임을 보여라.

#20 $1 + \omega = \omega$, $\omega + 1 \neq \omega$ 임을 보여라.